Cursul 6 Mecanica punctului material: Tipuri de forţe

6.1. Forţe gravitaţionale
6.2. Legea atracţiei universale
6.3. Forţe de frecare
6.4. Forţe elastice
6.5. Forţe de legătura
6.6. Forţe de inerţie

6.1 Forţe gravitaţionale

Orice corp ridicat deasupra suprafeţei Pământului cade spre Pământ dacă nu este ţinut în această poziţie de o forţă. Căderea lui în vid se realizează cu o acceleraţie $\vec{g}$ numită acceleraţie gravitaţională:

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}. \tag{6.1}$$

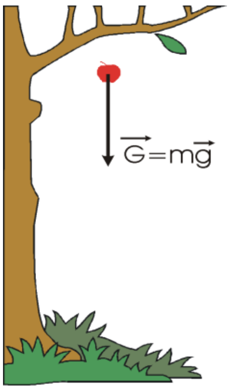

Fig. 6.1 Căderea corpurilor datorată forţelor gravitaţionale

Proprietăţile forţelor gravitaţionale:

- Se transmit la distanţă prin intermediul câmpului gravitaţional;
- Au caracter universal, manifestându-se intre toate masele de substanţă din univers;
- Sunt direct proporţionale cu masele corpurilor asupra cărora acţionează;
- Sunt întotdeauna de atracţie;

Definiţie: Forţa cu care un corp apasă normal pe suprafaţa unui suport orizontal pe care se află, sau cu care întinde firul de care este suspendat când firul este vertical se numeşte forţă de greutate sau simplu greutate.

6.2 Legea atracţiei universale

Evoluţia ştiinţei despre mişcarea planetelor

Platon (423 i.e.n – 347 i.e.n) şi ***Ptolemeu*** (sec. II i.e.n.) susţineau că Pământul este fix şi se află în centrul sistemului planetar – sistemul geocentric. ***Nicolaus Copernic*** (astronom polonez 1473-1543) credea că soarele este centrul fix în jurul căruia se mişcă celelalte planete – sistemul heliocentric. ***Tycho Brache*** (astronom danez 1546-1601) – fundamentează sistemul heliocentric printr-un număr mare de măsurători astronomice. ***Johannes Kepler*** (matematician şi astronom german 1571 – 1630) stabileşte şi enunţă legile care guvernează mişcarea planetelor în sistemul nostru solar. ***Sir Isaac Newton*** (fizician englez 1642-1727) enunţa legea atracţiei universale.

Legile lui Kepler

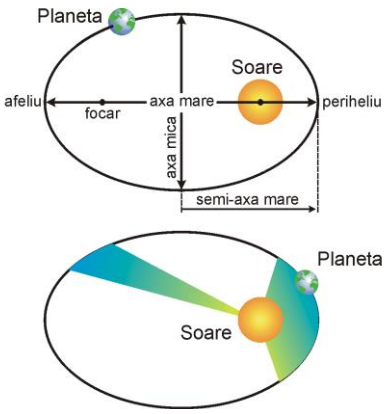

Fig. 6.2 Mişcarea planetelor în jurul soarelui

Prima lege a lui Kepler: Orbitele (traiectoriile) pe care se mişcă planetele sistemului nostru solar sunt elipse; având în unul din focare, comun tuturor planetelor, soarele.

Legea a doua a lui Kepler: Ariile măturate de raza vectoare (duse de la soare la planete) în intervale de timp egale, sunt egale.

Legea a treia a lui Kepler: Pătratul perioadelor de revoluţie a două planete oarecare sunt direct proporţionale cu cuburile semiaxelor mari ale orbitelor eliptice.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} . \tag{6.2}$$

Această lege se poate extinde și la sateliți și la sistemele solare din Galaxia noastră și a fost verifictă de către astomomi și s-a demonstrat a fi valabilă și penrtu mișcare stelelor în alte Galaxi, și la mișcarea stelelor binare.

Legea atracţiei universale

Din punct de vedere matematic legea atractiei universale se scrie ca:

$$F_{12} = k_g \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} . \tag{6.3}$$

Enunţ: Oricare două corpuri materiale punctiforme se atrag cu forţe proporţionale cu produsul maselor lor şi invers proporţionale cu pătratul distanţelor dintre ele.

Constanta de proporţionalitate, k_g se numeşte constanta gravitaţională şi are valoarea:

$$k_g = 6.6732 \cdot 10^{-11} \ \frac{Nm^2}{kg^2} . \tag{6.4}$$

Câmpul gravitaţional

Definiţie: Câmpul gravitaţional este spaţiul care posedă proprietăţi speciale, pe care le capătă datorită prezentei în anumite puncte ale lui a unor mase de substanţă.

Lucrul mecanic al forţelor gravitaţionale

Consideram o mişcare a unui corp de masă m_2 în câmpul gravitaţional al unui corp de masa m_1 sub acţiunea forţei de atracţie gravitaţională, pe o distantă considerată suficient de mare astfel încât aceasta nu mai poate fi considerată o constantă, ci depinde invers-proporţional cu pătratul distantei dintre cele două corpuri.

$$dL = \vec{F}_g \cdot d\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \int_1^2 dL = -\int_{r1}^{r2} F_g \cdot dr \quad \Rightarrow \quad L_{12} = -\int_{r1}^{r2} k_g \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot dr$$
$$L_{12} = -k_g m_1 m_2 \int_{r1}^{r2} \frac{dr}{r^2} = k_g m_1 m_2 \int_{r1}^{r2} d\left(\frac{1}{r}\right) = k_g m_1 m_2 \left.\frac{1}{r}\right|_{r1}^{r2} = k_g \frac{m_1 m_2}{r_2} - k_g \frac{m_1 m_2}{r_1} \quad (6.5)$$

De unde lucrul mecanic fiind variaţia energia potenţială gravitaţională:

$$L_{12} = E_{p2} - E_{p1} = k_g \frac{m_1 m_2}{r_2} - k_g \frac{m_1 m_2}{r_1}, \quad (6.6)$$

iar energia potenţială gravitaţională este dată de relația:

$$E_p = k_g \frac{m_1 m_2}{r}. \quad (6.7)$$

6.3 Forţe de frecare

Fig. 6.3 Forţele de frecare se opun mişcării.

Definiţie: Frecarea este fenomenul fizic de apariţie, la contactul dintre două corpuri solide sau dintre două straturi adiacente dintr-un lichid, a unei forţe care se opune mişcării relative a celor două corpuri sau straturi de fluid. Aceste forţe se numesc forţe de frecare.

Forţele de frecare sunt orientate tangenţial la suprafaţa de contact şi au sens opus vitezei relative de mişcare a celor două corpuri sau straturi de fluid.

Clasificarea frecării:

- Frecare externă:
  - ➢ Statică

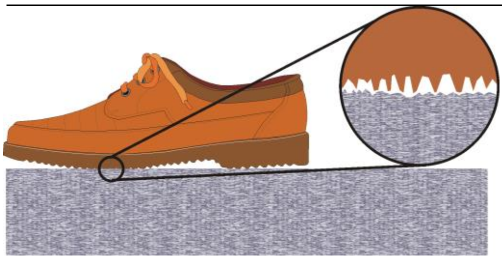

Fig. 6.4 Forţele de frecare depind de natura suprafeţelor aflate în contact.

- Cinetică:
  - ✓ De alunecare
  - ✓ De rostogolire
- Frecare internă sau frecare de vâscozitate.

Forţa de frecare care apare la frecarea la alunecare este:

$$F_{f,a} = \mu_a \cdot N\,, \tag{6.8}$$

unde, μ_a este coeficientul de frecare la alunecare, iar N forţa de apăsare normală pe suprafaţa de contact.

Legile frecării la alunecare:

- Forţa de frecare nu depinde de mărimea suprafeţelor de contact dintre cele două corpuri care se freacă.
- Coeficientul de frecare depinde de gradul de şlefuire a suprafeţelor care se freacă, scăzând cu creşterea gradului de şlefuire.
- Coeficientul de frecare depinde de natura corpurilor care se freacă.
- Forţa de frecare (statica sau cinetica) este direct proporţională cu forţa de apăsare la suprafaţa contactului dintre corpuri.

Frecarea la rostogolire

Forţa de frecare care apare la frecarea la rostogolire este dată de formula:

$$F_{f,a} = \mu_r \cdot \frac{N}{r}\,, \tag{6.9}$$

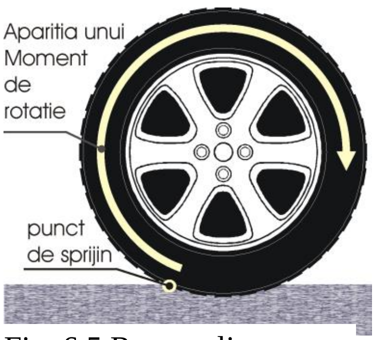

Fig. 6.5 Rostogolirea

unde, μ_r este coeficientul de frecare la rostogolire, *r* raza de curbura locală a corpului care se rostogoleşte, iar *N* forţa de apăsare normală. Forţa de frecare la rostogolire este mult mai mică decât forţa de frecare la alunecare. În principiu se poate considera că forţa de frecare la rostogolire se datorează învingerii unui moment al forţei care apare la o răsturnare a corpului datorită adâncirii acestuia în suprafaţa de contact.

6.4 Forţe elastice

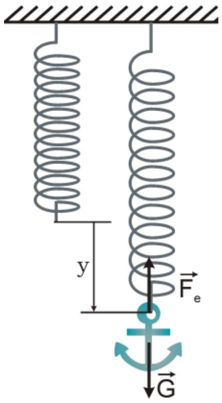

Fig. 6.6 Deformarea unui resort elastic.

Definiţie: Schimbarea dimensiunilor sau formei corpurilor solide sub influenta unor forţe aplicate lor se numeşte deformare.

Deformarea poate sa fie:

- Elastică – când după încetarea acţiunii forţelor exterioare corpul îşi revine la forma şi volumul iniţial.
- Plastică – când după încetarea acţiunii forţelor exterioare corpul nu îşi revine sau îşi revine numai parţial la forma şi volumul iniţial.

$$\vec{F}_{el} = -k \cdot \vec{y}\,, \qquad (6.10)$$

k este constanta elastică.

Dacă consideram o bară cu secţiunea ***S*** asupra căreia acţionează o forţă exterioară ***F*** atunci se poate defini efortul unitar ca raportul dintre forţă şi suprafaţa:

$$\sigma = \frac{F}{S}\,. \qquad (6.11)$$

Efectul unui astfel de efort unitar este acela a apariţiei unei alungiri relative a barei considerate:

$$\sigma = \frac{F}{S} \propto \frac{\Delta l}{l}\,. \qquad (6.12)$$

Constanta de proporţionalitate este o constantă de material şi se numeşte constanta lui Young, *E*.

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l}\,. \qquad (6.13)$$

Forţa elastică, F_{el} este egală în modul şi de sens contrar forţei de deformare exterioare, F:

$$F_{el} = -F = -\frac{S \cdot E}{l} \cdot \Delta l = -k \cdot \Delta l\,. \qquad (6.14)$$

Lucrul mecanic de deformare elastică

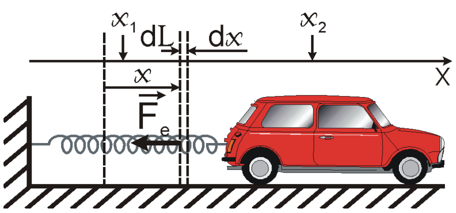

Fig. 4.7 Pentru forţele dependente de poziţie se consideră un interval d*x*.

Un lucru important de care trebuie ţinut cont la calcularea lucrului mecanic pentru o defiormare elastică este acela că forţa care ccţionează asupra corpului este variabilă. În astfel de cazuri se consideră o deplasare infinit mică pentru care forța este constantă pe parcursul căreia se efectuează un lucru mecanic infinezimal.

$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{x} \quad \Rightarrow \quad \int_1^2 dL = -\int_{x1}^{x2} F_e \cdot dx \quad \Rightarrow \quad L_{12} = \int_{x1}^{x2} k \cdot x \cdot dx \quad ,$$
$$L_{12} = k\int_{x1}^{x2} x \cdot dx = k\left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2}\right) \tag{6.15}$$

de unde:

$$L_{12} = E_{e2} - E_{e1} = k\frac{x_2^2}{2} - k\frac{x_1^2}{2}. \tag{6.16}$$

Energia potențială elastică este dată de relația:

$$E_e = k\frac{x^2}{2}. \tag{6.17}$$

Se va demonstra mai târziu că o astefel de energie este specifiă la ceea ce numim forțe conservative.

6.5 Forte de legătură

Definiție: Forțele care constrâng corpurile aflate în mişcare să urmeze o anumita traiectorie se numesc forțe de constrângere sau de legătură.

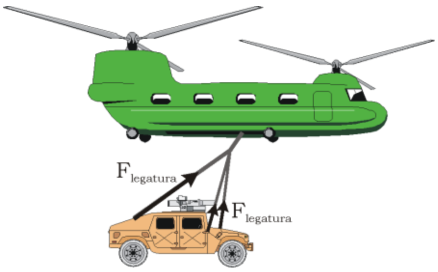

Fig. 4.8 Transport militar.

Cel mai celebru exemplu al unor astfel de forțe sunt cele de tensiune care apar la corpurile suspendate aflate în mişcare.

6.6 Forte de inerţie

Este momentul să observăm cum arata legile fizicii în sistemele de referința neinerţiale. Legea inerţiei nu mai este valabila în sistemele de referința neinerţiale. Se poate demonstra că legile dinamicii devin din nou valabile dacă se accepta existenta unor forțe *nevăzute* numite forțe de inerţie.

Definiţie: Forța cu care un corp se opune accelerării lui se numeşte forța de inerție.

Fie date două sisteme de referinţă, dintre care unul fix şi celălalt mobil, atunci mişcarea unui corp faţă de *sistemul mobil* se numeşte *mişcare relativă*. Mişcarea corpului faţă de *sistemul fix* se numeşte *mişcare absolută*, iar mişcarea sistemului de referinţa mobil solidar cu corpul, fata de sistemul de referinţa fix se numeşte *mişcare de transport*.

Viteza absolută a unui corp faţă de sistemul de referinţa fix, $\vec{v}_a$ este suma dintre viteza acelui corp faţă de sistemul mobil numita viteza relativă, $\vec{v}_r$ şi viteza sistemului mobil faţă de cel fix numită viteza de transport, $\vec{v}_t$, astfel:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_t\,. \tag{6.18}$$

In general sistemul de referinţă mobil poate executa o mişcare de translaţie şi o mişcare de rotaţie cu viteza unghiulara $\vec{\omega}$. În acest caz viteza de transport este:

$$\vec{v}_t = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}\,. \tag{6.19}$$

unde $\vec{v}_0$ este viteza de translaţie a SR mobil fata de SR fix iar $\vec{\omega} \times \vec{r}$ este viteza tangenţială.

Deci viteza absolută se poate scrie ca:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}\,. \tag{4.20}$$

Acceleraţia absolută se poate scrie ca:

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = \frac{d\vec{v}_r}{dt} + \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r})}{dt}, \tag{6.20}$$

de unde:

$$\begin{gathered} \vec{a}_a = \frac{d\vec{v}_r}{dt} + \vec{a}_0 + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{v}_r}{dt} + \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \\ \vec{a}_a = 2\vec{\omega} \times \vec{v}_r + \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \end{gathered}. \tag{6.21}$$

Conform legii a doua a dinamicii:

$$\vec{F}_a = m\vec{a}_a = 2m\vec{\omega} \times \vec{v}_r + m\vec{a}_0 + m\vec{\varepsilon} \times \vec{r} + m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}), \tag{6.22}$$

unde:

$\vec{F}_t = m\vec{a}_0$ forţa de inerţie la mişcarea de translaţie (6.23)

$\vec{F}_a = m\vec{\varepsilon} \times \vec{r}$ forţa de inerţie la mişcarea accelerată de rotaţie. (6.24)

$\vec{F}_a = m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ forţa de inerţie centrifugă. (6.25)

$\vec{F}_a = 2m\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ forţa de inerţie Coriolis. (6.26)